

1. 证明:  $B(V, V_2; W)$  是一个向量空间.
2. 令  $f : V \times W \rightarrow \mathbb{F}$  是双线性型. 定义两个线性映射如下:

$$\begin{aligned} f_L : V &\rightarrow W'; & v &\mapsto (w \mapsto f(v, w)) \\ f_R : W &\rightarrow V'; & w &\mapsto (v \mapsto f(v, w)). \end{aligned}$$

证明: 下列三个陈述中的两个可以推出第三个:

1.  $\text{null}(f_L) = \{0\}$ ;
  2.  $\text{null}(f_R) = \{0\}$ ;
  3.  $\dim V = \dim W$ .
3. 证明:  $V \otimes W \cong W \otimes V$ .
  4. 令  $V$  是有限维线性空间. 证明:  $V' \otimes W \cong L(V, W)$ .

