

1. 平面上两个坐标皆为有理数的点称为有理点，其余点称为无理点。
 - 1) 求证：存在平面上一族开集，它们覆盖每个有理点有限多次，覆盖每个无理点无限多次。
 - 2) 请问：满足上面性质的开集可否取为一些开圆盘？
2. 设 $\frac{P_n}{Q_n}$ 与 $\frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}}$ 是 x 的两个相邻的渐进连分数。试说明： $|x - \frac{P_n}{Q_n}| < \frac{1}{2Q_n^2}$ 与 $|x - \frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}}| < \frac{1}{2Q_{n+1}^2}$ 至少有一个成立。
3. 试计算 n 重积分

$$\int_0^1 \cdots \int_0^1 [x_1 + \cdots + x_n] dx_1 \cdots dx_n.$$

