

---

**提交时间: December 6**

1. 令  $\frac{t}{e^t-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n t^n}{n!}$ . 试说明:  $B_1 = -\frac{1}{2}$  并且对于任意  $k \geq 1$ ,  $B_{2k+1} = 0$ .
2. 对于任意素数  $p$  和正整数  $n$ , 证明:  $\text{ord}_p(n!) < \frac{n}{p-1}$ .
3. 令  $p$  为一个奇素数,  $b$  为适合  $1 < b < p$  的整数. 试说明: 数列  $(b^{p^n})_{n \geq 0}$  依  $p$ -adic 范数是一个 *Cauchy* 列.
4. 令  $f(x) = x^7 - 21x^6 + 14x^5 - 28x^4 + 42x^3 - 49x^2 + 93x - 62$ . 设  $f(a) \equiv f(b) \pmod{7^{10}}$ . 试说明  $a \equiv b \pmod{7^{10}}$ .

